si trova facilmente

(14) $$\text{sen}^2\theta = \frac{EV^2 - 2F\,UV + GU^2}{EG - F^2},$$

Analogamente si troverebbe

$$\text{sen}^2\theta' = \frac{EV'^2 - 2F\,U'V' + GU'^2}{EG - F^2},$$

ossia, ricordando il valore di $\lambda$,

(15) $$\text{sen}\,\theta' = \pm F(\varphi)\,\text{sen}\,\theta.$$

Di qui vediamo che fra le rette corrispondenti dei due sistemi sussiste una seconda relazione : cioè che *il rapporto fra i seni degli angoli che esse formano colla normale alla superficie iniziale non dipende che dal valore della funzione* $\varphi$.

Reciprocamente se, *ammessa l'esistenza di questa funzione,* cioè ammesso che le rette di un certo sistema sieno normali ad una superficie, si ha un secondo sistema derivato dal primo con queste leggi, che due rette corrispondenti qualsivogliano sieno in un piano normale alla superficie iniziale nel punto in cui la incontrano, e che il rapporto fra i seni degli angoli ch'esse formano colla normale in questo punto vari solamente con $\varphi$, anche le rette del secondo sistema saranno tutte normali ad una medesima superficie. Ciò risulta facilmente dai principj esposti.

Quando la funzione $F(\varphi)$ si riduce ad una costante, le due leggi precedenti non differiscono da quelle che caratterizzano la riflessione e la rifrazione (ordinaria) dei raggi luminosi, secondo che questa costante è eguale o differente dall'unità. Perciò risulta dimostrato il celebre teorema di MALUS *), generalizzato da DUPIN **), che può enunciarsi così : *se un fascio di raggi, normali ad una medesima superficie, si riflette un numero qualunque, di volte, o si rifrange alle superficie di separazione di più mezzi omogenei successivi, esso non cessa mai d'essere formato dalle normali d'una medesima superficie.*

Quando si assume per $F$ una vera funzione di $\varphi$, si ottiene un nuovo teorema, che verrà enunciato più sotto.

Se si ammette che la relazione fra $\theta$ e $\theta'$ debba essere la stessa in ogni punto della superficie iniziale, $F(\varphi)$ deve essere evidentemente una quantità costante. Per ciò che si è dimostrato è dunque chiaro che, *nell'ipotesi che ogni raggio rifratto resti nel piano normale alla superficie rifrangente, la legge della natura è la sola, secondo la quale i raggi rifratti risultino normali ad una medesima superficie, posto che lo sieno i raggi*

*) *Mémoire sur l'optique* [Journal de l'École Polytechnique, tome VII, cahier 14 (1808), pag. 1], **) *Applications de Geometrie et de Mécanique...,* quatrième Mémoire; Paris, BACHELIER, successeur de M.me V. COURCIER, Libraire, 1822, pag. 187.